Hallo zur Ausgabe 4 des mathehoch13-Newsletters!

Hallo Freunde,

ich hoffe, es geht euch gut und ihr kommt bei eurer Abi-Vorbereitung gut voran. Viele der neuen Videos, die ihr unten seht, sind auf Anregung meiner Kanalmitglieder entstanden und werden in den kommenden Wochen nach und nach veröffentlicht.

Da nun die heiße Phase mit den Vorabi-Klausuren beginnt, möchte ich euch besonders meine Playlist "So ähnlich im Abi gesehen" empfehlen, welche momentan knapp 80 Videos umfasst. Den Link zur Videoserie und zur Aufgabensammlung findet ihr rechts. Die Aufgabensammlung wird regelmäßig aktualisiert. Alles kostenlos 😊

Ich bitte euch, meinem Kanal zu helfen, indem ihr mich gerne an eure Freunde und Lehrer weiterempfehlt.

Liebe Grüße,

Christoph, euer mathehoch13-Coach!

PS: Die QR-Codes in diesem PDF sind auch klickbar…

Mathehoch13.de Themenübersicht

Playlist „So ähnlich im Abi gesehen“

Aufgaben-sammlung „So ähnlich im Abi gesehen“

Inhaltsverzeichnis

Rubrik: Die aktuelle Umfrage: Lernen für’s Abi 2
Rubrik: Aus der Videopipeline – anstehend zur baldigen Veröffentlichung 2
Neue Videos zu ganzrationalen Funktionen 2
Neue Videos über zusammengesetzte Funktionen 2
Neue Videos zu Lineare Gleichungssystemen 3
Neue Videos über Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung, Faires Spiel 3
Neue Videos zur Binomialverteilung 4
Neue Videos zu Testen von Hypothesen 5
Links zu früheren Newsletter-Ausgaben 8
So kannst du mein mathehoch13-Projekt unterstützen 8
Impressum 8

Rubrik: Die aktuelle Umfrage: Lernen für's Abi

Wie bereitest du dich auf das Mathe-Abi vor?

- ☐ Ich lerne mit meinen eigenen Unterlagen. Ich kaufe nichts extra.
- ☐ Ich verwende Abi-Trainingsbücher (wie z.B. STARK-Bücher)
- ☐ Ich nehme an einem Vorbereitungskurs teil.
- ☐ Ich schreib's dir in den Kommentar.
- ☐ Ich habe dieses Jahr noch kein Abi.

Über den nebenstehenden QR-Code (klickbar) kommst du zur aktuellen Umfrage →

Zur Umfrage

Rubrik: Aus der Videopipeline – anstehend zur baldigen Veröffentlichung

Untenstehende Videos sind bereits abgedreht und warten in der „Level 2-Kanalmitgliedschafts-Playlist" auf den Tag ihrer Veröffentlichung.
Warum die Videos nicht sofort veröffentlich werden, fragst du? – Weil die Vorbereitung auf die Veröffentlich ein vielschrittiger, zeitaufwendiger Prozess ist. Die Videos sind zwar alle fertig gedreht, aber das „Dressing" – wie ich den Prozess nenne – ist noch nicht abgeschlossen. Das „Dressing" beinhaltet viele Schritte wie: Thumbnail erstellen, Videobeschreibung erstellen, Arbeitsblatt fertig machen, Info-Card und End-Screen-Cards erstellen, Keyword-Optimierung, Registrieren auf meiner mathehoch13-Webseite u.v.a.m. Kurzum: ich schaffe es nicht schneller, wenn ich gleichzeitig noch neue Videos drehen möchte. Aber als Kanalmitglied ab Level 2 bist du ein Sponsor meines Kanals und darfst gerne ein Blick auf die Produktionslinie werfen und auf Videos vorab zugreifen. Daher werde doch Level 2 Kanalmitglied über den nebenstehenden Link.
Beachte: Im PDF sind die QR-Codes auch „klickbar".

Falls du schon Kanalmitglied Level 2 bist, gelangst du sofort zu den Videos. Ansonsten funktionieren die Links erst, sobald das Video „offiziell" veröffentlicht worden ist.

Vorab-Video-Playlist

Neue Videos zu ganzrationalen Funktionen

☐ Von der ganzrationalen Funktion f ist die zweite Ableitung $f''(x) = 2x + 1$ bekannt. Der Punkt $P(3|8)$ liegt auf dem Graphen von f. Die Tangente an den Graphen von f hat an der Berührstelle $x = 2$ die Steigung 5. Bestimme die Funktionsgleichung von f.

m13v0719

Neue Videos über zusammengesetzte Funktionen

☐ Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale Funktion f mit $f(x) = (x + 1) \cdot (x - 2)^2$.

a) Skizziere den Graphen von f unter Berücksichtigung der Vielfachheit der Nullstellen, des y-Achsenabschnitts sowie der Grenzwerte für $x \to \pm\infty$.

b) Bestimme den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}_g$ der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

c) Bestimme den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}_h$ der Funktion h mit $h(x) = \sqrt{f(x)}$.

d) Bestimme den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}_i$ der Funktion i mit $i(x) = \ln(f(x))$

m13v0721

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen"

Neue Videos zu Lineare Gleichungssystemen

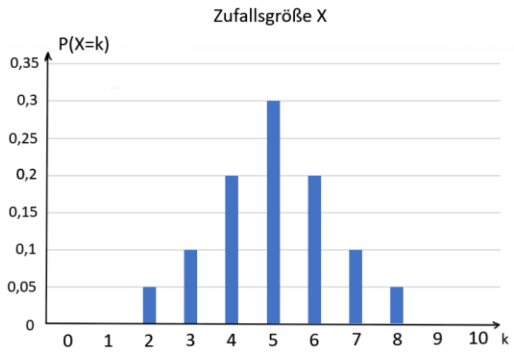
☐ Gib eine 3×2-Matrix $\boldsymbol{A}$ an, in der kein Element 0 ist, sowie Vektoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ bzw. $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$, sodass

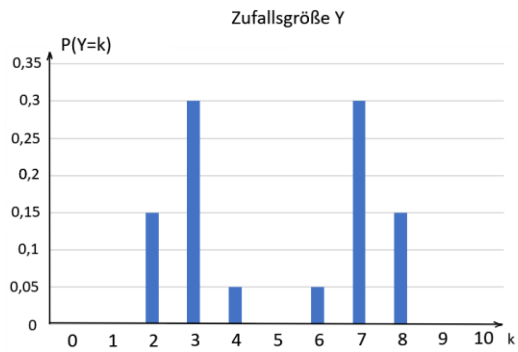
- das lineare Gleichungssystem $\boldsymbol{A} \cdot \vec{x} = \vec{b}$ eindeutig lösbar ist
- und das lineare Gleichungssystem $\boldsymbol{A} \cdot \vec{x} = \vec{c}$ keine Lösung hat.

m13v0714

Neue Videos über Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung, Faires Spiel

☐ Die Abbildungen zeigen jeweils die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der diskreten Zufallsgrößen X bzw. Y in Form eines Histogramms.





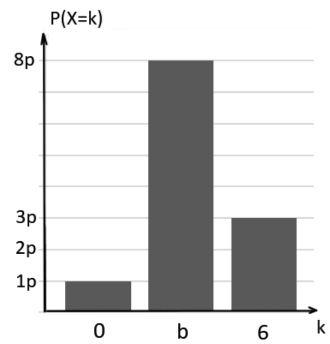
Kreuze die jeweils zutreffende Aussage an.

☐	$E(Y) = 5$	☐	$\sigma(X) = \sigma(Y)$
☐	$E(X) = E(Y)$	☐	$Var(Y) = 1 - Var(X)$
☐	$E(X) > E(Y)$	☐	$P(X = 5) = P(Y = 3)$
☐	$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐	$P(X \leq 5) = P(Y > 3)$
☐	$\sigma(X) < \sigma(Y)$	☐	$P(3 \leq X \leq 5) > P(Y < 5)$

m13v0720

Aus der Serie „Mathematisches Schnellkrafttraining“

☐ Bei einem Gewinnspiel beträgt der Spieleinsatz 3 Euro. Die Auszahlung wird durch die Zufallsgröße X beschrieben, deren Wahrscheinlichkeitsverteilung in der nebenstehenden Abbildung gezeigt ist.



a) Bestimme den Wert von p.

b) Das Spiel ist so gestaltet, dass auf sich auf lange Sicht Einsätze und Auszahlungen ausgleichen. Berechne auf dieser Grundlage den Wert von b im Wahrscheinlichkeitsverteilungsdiagramm.

m13v0716

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

c) Entwickle ein Gewinnspiel unter Verwendung eines undurchsichtigen Ziehungsgefäßes, in das schwarze, goldene und rote Kugeln eingefüllt werden. Das Spiel besteht im Ziehen einer Kugel. Das Ziehen einer schwarzen Kugel entspricht einer Niete, wird eine goldene Kugel gezogen, so wird der Höchstbetrag ausgezahlt. Welche Kugelzusammensetzung muss das oben beschriebene Spiel haben?

Der Anbieter des Gewinnspiels ändert den Auszahlungsbetrag für die rote Kugel auf 3 Euro, nimmt dafür aber 2 goldene Kugeln aus dem Ziehungsgefäß heraus. Wie ändert sich dadurch der Erwartungswert von X? Ist das Spiel jetzt attraktiver für einen gewinnorientierten Spieler?

Neue Videos zur Binomialverteilung

☐ Gesucht ist eine Abschätzung für die Wahrscheinlichkeit $P(272 \leq X \leq 319)$ mit der binomialverteilten Zufallsgröße X, wobei $n = 500$ und $p = 0{,}6$ ist. Gehe dazu wie folgt vor:

a) Begründe, dass du die Sigma-Regeln für eine Näherung anwenden darfst.

b) Führe die Abschätzung wie folgt durch:
   i. Bestimme den Abstand der linken und rechten Grenze des Intervalls vom Erwartungswert μ
   ii. Drücke jeweils den Abstand als k-faches der Standardabweichung σ aus
   iii. Suche in der Tabelle der σ-Regeln passende (d.h. ähnlich große) k-Werte für $k \cdot \sigma$-Umgebung heraus
   iv. Bestimme einen Term für die Abschätzung der Intervallwahrscheinlichkeit mit den $k \cdot \sigma$-Werten aus der Tabelle. Berücksichtige dabei die Symmetrie der σ-Umgebungen um den Erwartungswert μ

c) Vergleiche den Wert aus b) mit dem exakten Wert, den du mit dem GTR berechnen kannst.

Tabelle: σ-Intervalle

$k \cdot \sigma -$ Umgeb.	„glatte" k-Werte		$k \cdot \sigma -$ Umgeb.	„glatte" Umgebungswahrscheinlichkeiten	
1σ	$P(\mu - 1\sigma \leq X \leq \pi + 1\sigma)$	$\approx 68{,}3\%$	$1{,}64\sigma$	$P(\mu - 1\sigma \leq X \leq \pi + 1\sigma)$	$\approx 90\%$
2σ	$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \pi + 2\sigma)$	$\approx 95{,}4\%$	$1{,}96\sigma$	$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \pi + 2\sigma)$	$\approx 95\%$
3σ	$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \pi + 3\sigma)$	$\approx 99{,}7\%$	$2{,}58\sigma$	$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \pi + 3\sigma)$	$\approx 99\%$

m13v0713

☐ Gegeben ist die binomialverteilte Zufallsgröße X mit $n = 10$ und $p = 0{,}3$.

Bestimme die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

a) $P(|\mu - X| < 2)$

b) $P(|\mu - X| > \sigma)$

m13v0722

☐ Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ei beim maschinellen Verpacken in einen 10er-Eierkarton beschädigt wird, beträgt p.

Formuliere zu jedem Berechnungsterme ein passendes Ereignis. Formuliere das Ereignis einmal mit Bezug zu den beschädigten Eiern und einmal mit Bezug zu den intakten Eiern.

Die Zufallsgröße X gebe die Anzahl beschädigter Eier an. Wo dies eindeutig möglich ist, gib die Wahrscheinlichkeit auch in der $P(\dots X \dots)$-Schreibweise an.

m13v0723

Berechnungsterm	Ereignisbeschreibung ① aus Sicht der beschädigten Eier ② aus Sicht der intakten Eier	$P(\ldots X \ldots)$-Schreibweise
$(1-p)^{10}$	① ②	
$10 \cdot p \cdot (1-p)^9$	① ②	
$1-(1-p)^{10}$	① ②	
p^{10}	① ②	
$1-p^{10}$	① ②	
$1-\binom{10}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^7$	① ②	
$(1-p)^{10}+10 \cdot p \cdot (1-p)^9$	① ②	
$1-\left[\binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)+p^{10}\right]$	① ②	
$p \cdot (1-p)^9$	① ②	
$\sum_{k=2}^{5} \binom{10}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{10-k}$	① ②	

Neue Videos zu Testen von Hypothesen

☐ Ein neues Nachhilfeinstitut wirbt, dass 72% der neuen Schüler in der nächsten Klausur eine Verbesserung gegenüber ihrer letzten Klausur erzielen. Die Verbraucherzentrale vermutet, dass dieser Wert zu hoch liegt (Gegenhypothese) und veranlasst eine Umfrage bei 100 zufällig ausgewählten Schülern des neuen Nachhilfeinstituts.

a) Formuliere die Null- und Gegenhypothese für diesen Test. Handelt es sich um einen links-, rechts- oder beidseitigen Test?

b) Begründe, dass du die Sigma-Regeln für diesen Test heranziehen kannst und bestimme damit den Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%-Niveau.

m13v0718

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

c) Der Test liefert eine Zahl von 65 Schülern, die sich tatsächlich verbesserten haben. Interpretiere dieses Ergebnis.

d) Erläutere, was man in diesem Sachzusammenhang unter dem Fehler 2. Art versteht.

☐ Es wird die Nullhypothese $H_0: p = 0{,}4$ getested (Signifikanzniveau 10%, Stichprobenumfang 50)

Bestimme mit Hilfe der kumulierten Binomialverteilungstabelle

a) für einen rechtsseitigen Test
b) für einen beidseitigen Test

jeweils die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

(i) die Irrtumswahrscheinlichkeit.
(ii) die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, wenn in Wirklichkeit $p = 0{,}6$ ist.

Kumulierte Binomialverteilung F(n;p;k)

		p						
n	k	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	k	n
	0	0,0052	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	49	
	1	0,0338	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	48	
	2	0,1117	0,0013	0,0000	0,0000	0,0000	47	
	3	0,2503	0,0057	0,0000	0,0000	0,0000	46	
	4	0,4312	0,0185	0,0002	0,0000	0,0000	45	
	5	0,6161	0,0480	0,0007	0,0000	0,0000	44	
	6	0,7702	0,1034	0,0025	0,0000	0,0000	43	
	7	0,8779	0,1904	0,0073	0,0001	0,0000	42	
	8	0,9421	0,3073	0,0183	0,0002	0,0000	41	
	9	0,9755	0,4437	0,0402	0,0008	0,0000	40	
	10	0,9906	0,5836	0,0789	0,0022	0,0000	39	
	11	0,9968	0,7107	0,1390	0,0057	0,0000	38	
	12	0,9990	0,8139	0,2229	0,0133	0,0002	37	
	13	0,9997	0,8894	0,3279	0,0280	0,0005	36	
	14	0,9999	0,9393	0,4468	0,0540	0,0013	35	
	15		0,9692	0,5692	0,0955	0,0033	34	
	16		0,9856	0,6839	0,1561	0,0077	33	
	17		0,9937	0,7822	0,2369	0,0164	32	
50	18		0,9975	0,8594	0,3356	0,0325	31	50
	19		0,9991	0,9152	0,4465	0,0595	30	
	20		0,9997	0,9522	0,5610	0,1013	29	
	21		0,9999	0,9749	0,6701	0,1611	28	
	22			0,9877	0,7660	0,2399	27	
	23			0,9944	0,8438	0,3359	26	
	24			0,9976	0,9022	0,4439	25	
	25			0,9991	0,9427	0,5561	24	
	26			0,9997	0,9686	0,6641	23	
	27			0,9999	0,9840	0,7601	22	
	28				0,9924	0,8389	21	
	29				0,9966	0,8987	20	
	30				0,9986	0,9405	19	
	31				0,9995	0,9675	18	
	32				0,9998	0,9836	17	
	33				0,9999	0,9923	16	
	34					0,9967	15	
	35					0,9987	14	
	36					0,9995	13	
	37					0,9998	12	
n	k	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	k	n
		p						

Für $p \geq 0{,}5$ (gelb unterlegt) verwendet man die blau unterlegten Trefferzahlen k und bestimmt den Wert von $F(n;p;k) = 1 -$ abgelesener Wert.

m13v0715

Bei einer Umfrage unter Abiturklässlern gaben 75% der Befragten an, auch Youtube-Videos zur Vorbereitung aufs Mathe-Abi zu verwenden.

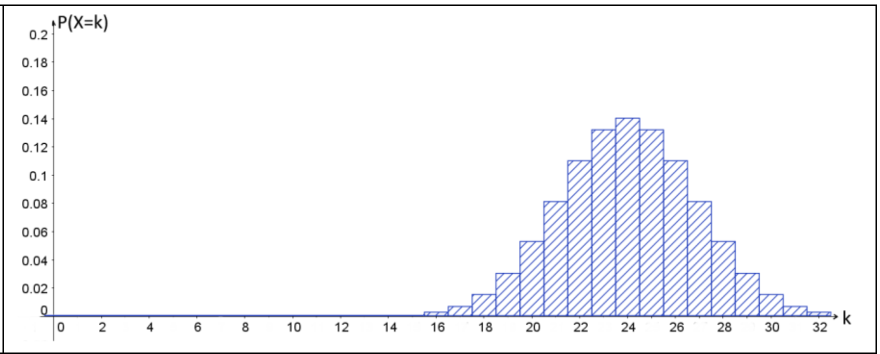
a) Für ein Schülerzeitungsinterview werden 6 der befragten Personen zufällig herausgegriffen.

   i. Gib einen Term für die Wahrscheinlichkeit an, dass nur die erste und die vierte Person keine Videos nutzt.
   ii. Um welchen Faktor ist die Wahrscheinlichkeit gegenüber (i) größer, für das Ereignis, dass genau 2 der 6 befragten Schüler angeben, keine Videos zu nutzen.

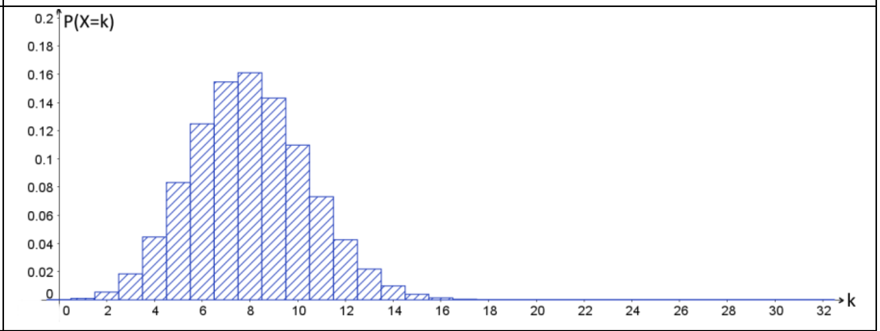
m13v0717

b) Die Zufallsgröße X gibt an, wie viele von 32 zufällig befragten SchülerInnen Mathe-Youtube-Videos zur Vorbereitung nutzen. Eine der Abbildungen (①-③) stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser Zufallsgröße dar. Gib begründet an, welche Abbildung dies ist, und warum die anderen beiden Abbildungen nicht in Frage kommen.

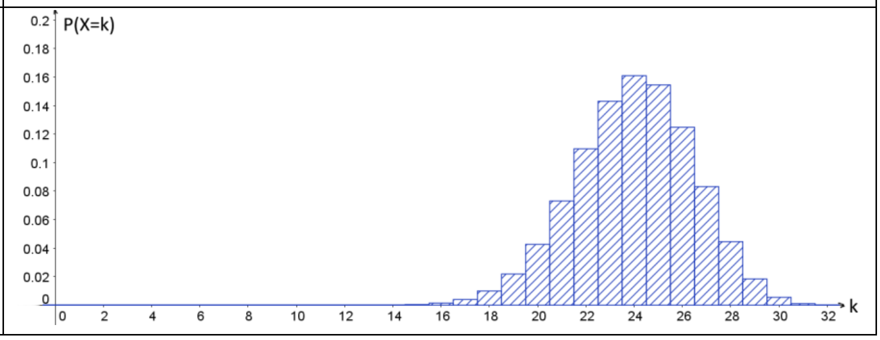
①



②



③



Links zu früheren Newsletter-Ausgaben

001 002 003

So kannst du mein mathehoch13-Projekt unterstützen

Folge mir auf Instagram @mathehoch13	**Abonniere** meinen Kanal	**Werde Kanalmitglied** (ab Level 2: 4,99 Eur/Monat Vorab-Zugriff auf neue Videos)	Unterstütze mein Projekt durch eine **Paypal-Spende**

Impressum

Dr. Christoph Goemans
Vorwärtsstraße 5
44139 Dortmund
christoph.goemans@rub.de